

2018年医学部第2問

2 自然数  $k$ ,  $n$  が  $k \leq n$  を満たすとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 不等式  $\left(\frac{n}{k}\right)^k \leq {}_n\text{C}_k$  を証明せよ.
- (2) すべての実数  $t$  に対して,  $1 + t \leq e^t$  を証明せよ.
- (3) 0 以上のすべての実数  $t$  に対して,  ${}_n\text{C}_k t^k \leq e^{nt}$  を証明せよ.
- (4) 不等式  ${}_n\text{C}_k \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k$  を証明せよ.
- (5)  $n = 10^{23}$ ,  $k = 10^2$  のとき,  ${}_n\text{C}_k$  の桁数の下 2 桁を切り捨てた値を求めよ.