



2012年理系第4問

4 5次式  $f(x) = x^5 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t$  ( $p, q, r, s, t$  は実数) について考える. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) 数列  $f(0), f(1), f(2), f(3), f(4)$  が等差数列であることと,

$$f(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + lx + m \quad (l, m \text{ は実数})$$

と書けることは互いに同値であることを示せ.

(2)  $f(x)$  は (1) の条件をみたすものとする.  $\alpha$  を実数,  $k$  を 3 以上の自然数とする.  $k$  項からなる数列

$$f(\alpha), f(\alpha+1), f(\alpha+2), \dots, f(\alpha+k-1)$$

が等差数列となるような  $\alpha, k$  の組をすべて求めよ.