

2013年 文系 第3問

3 以下の問いに答えなさい。

(1) 図のように半径  $R$  ( $> 0$ ) の円に内接する三角形  $ABC$  において三辺  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  の長さをそれぞれ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  とする. このとき  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を半径  $R$  を用いて  $S = \frac{G}{R}$  のように表したとき,  $G$  を各辺の長さ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を用いて表わしなさい.

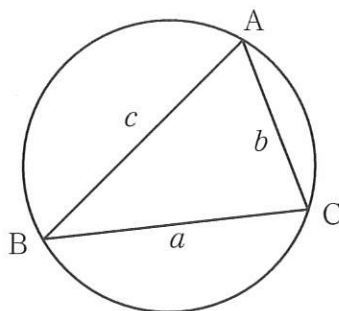
$$(1) S = \frac{1}{2} bc \sin A \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{正弦定理より, } \frac{a}{\sin A} = 2R$$

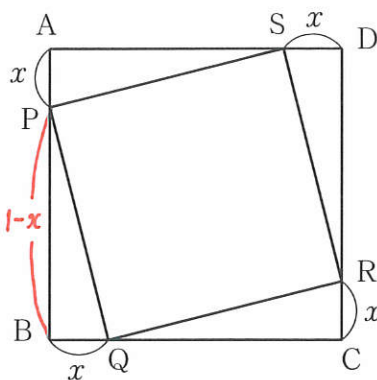
$$\therefore \sin A = \frac{a}{2R} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } S = \frac{abc}{4R}$$

$$\therefore G = \frac{1}{4} abc //$$



(2) 図のように一辺の長さが1の正方形  $ABCD$  の各頂点から  $x$  だけ離れた各辺上に点  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  がある. このとき次の設問に答えなさい. ただし,  $0 \leq x \leq 1$  とする.



(i) 四角形  $PQRS$  の面積  $W$  を求めなさい.

(ii)  $W$  が最小となるときの  $x$  の値を求めなさい. また, そのときの  $W$  の値も求めなさい.

$$(i) W = (\text{大きい正方形}) - 4 \cdot (\text{直角三角形})$$

$$= 1^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} x(1-x)$$

$$= \underline{2x^2 - 2x + 1} //$$

$$(ii) W = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$\therefore W \text{ の最小値 } \underline{\frac{1}{2}} \quad (x = \frac{1}{2} \text{ のとき}) //$$