



2017年医(保健)・工学部第3問

3 n を 2 以上の整数とする. すべての $x > 0$ に対して不等式 $\log x \leq a \sqrt[n]{x}$ が成り立つような正の定数 a の最小値を a_n とする.

(1) 最小値 a_n を求めよ.

(2) $\log x = a_n \sqrt[n]{x}$ を満たす正の数 x を求めよ.

(3) 2つの曲線 $y = \log x$, $y = a_n \sqrt[n]{x}$ および x 軸で囲まれた部分の面積 S_n を求めよ.

(4) すべての $x > 0$ に対して不等式 $\log x \leq a_2 \sqrt{x}$ が成り立つことを利用して, (3)の S_n について $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + S_n)}{n}$ を求めよ.