



2016年理系第4問

4 約数, 公約数, 最大公約数を次のように定める.

- 2つの整数 a, b に対して, $a = bk$ をみたす整数 k が存在するとき, b は a の約数であるという.
- 2つの整数に共通の約数をそれらの公約数という.
- 少なくとも一方が 0 でない 2 つの整数の公約数の中で最大のものをそれらの最大公約数という.

以下の問に答えよ.

(1) a, b, c, p は 0 でない整数で $a = pb + c$ をみたしているとする.

(i) $a = 18, b = 30, c = -42, p = 2$ のとき, a と b の公約数の集合 S , および b と c の公約数の集合 T を求めよ.

(ii) a と b の最大公約数を M , b と c の最大公約数を N とする. M と N は等しいことを示せ. ただし, a, b, c, p は 0 でない任意の整数とする.

(2) 自然数の列 $\{a_n\}$ を

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, \dots), \quad a_1 = 3, \quad a_2 = 4$$

で定める.

(i) a_{n+1} と a_n の最大公約数を求めよ.

(ii) a_{n+4} を a_{n+2} と a_n を用いて表せ.

(iii) a_{n+2} と a_n の最大公約数を求めよ.