

文系

2014年 医学部 第1問

1枚目 / 2枚



1 xy 平面上に動点 $P(t, 2t)$, $Q(t-1, 1-t)$ がある。ただし, $0 \leq t \leq 1$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 実数 k に対して直線 $x = k$ と直線 PQ との交点を求めよ。
 (2) 閉区間 $[-1, 1]$ 内の定数 a に対し, 直線 $x = a$ と線分 PQ との交点の y 座標のとり得る範囲を a で表せ。
 (3) t が 0 から 1 まで動くとき, 線分 PQ が動く領域 S の面積を求めよ。
 (4) ~~S を x 軸の周りに 1 回転させた回転体の体積を求めよ。~~

$$(1) PQ: y = \frac{2t-(1-t)}{t-(t-1)} (x-t) + 2t$$

$$\therefore PQ: y = (3t-1)x - 3t^2 + 3t \quad \therefore \text{交点は } \underline{(k, (3t-1)k - 3t^2 + 3t)} //$$

(2) (1) より.

$t-1 \leq a \leq t$ のとき. 交点の y 座標 $Y(t)$ は.

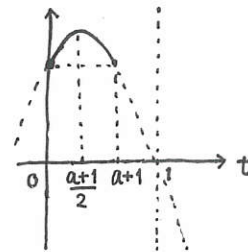
$$\begin{aligned} Y(t) &= (3t-1)a - 3t^2 + 3t \\ &= -3 \left(t - \frac{a+1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$t-1 \leq a \leq t$ すなわち $a \leq t \leq a+1$ と $0 \leq t \leq 1$ であるから

(i) $-1 \leq a < 0$ のとき.

交点をもつ t の範囲は. $0 \leq t \leq a+1$

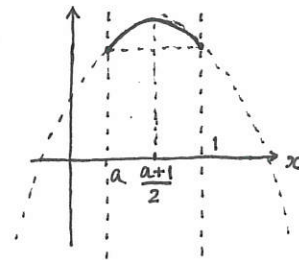
$$\begin{aligned} \therefore Y(0) &\leq Y(t) \leq Y\left(\frac{a+1}{2}\right) \\ \therefore -a &\leq Y(t) \leq \frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{3}{4} \end{aligned}$$



(ii) $0 \leq a \leq 1$ のとき

交点をもつ t の範囲は. $a \leq t \leq 1$

$$\begin{aligned} \therefore Y(1) &\leq Y(t) \leq Y\left(\frac{a+1}{2}\right) \\ \therefore 2a &\leq Y(t) \leq \frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{3}{4} \end{aligned}$$



(i), (ii) より.

$$\begin{cases} -a \leq Y(t) \leq \frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{3}{4} & (-1 \leq a < 0 \text{ のとき}) \\ 2a \leq Y(t) \leq \frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{3}{4} & (0 \leq a \leq 1 \text{ のとき}) \end{cases} //$$

2枚目につづく

文系

2014年 医学部 第1問

2枚目 / 2枚

 数理
石井K

1 xy 平面上に動点 $P(t, 2t)$, $Q(t-1, 1-t)$ がある。ただし, $0 \leq t \leq 1$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 実数 k に対して直線 $x = k$ と直線 PQ との交点を求めよ。
 (2) 閉区間 $[-1, 1]$ 内の定数 a に対し, 直線 $x = a$ と線分 PQ との交点の y 座標のとり得る範囲を a で表せ。
 (3) t が 0 から 1 まで動くとき, 線分 PQ が動く領域 S の面積を求めよ。
 (4) ~~S を x 軸の周りに 1 回転させた回転体の体積を求めよ。~~

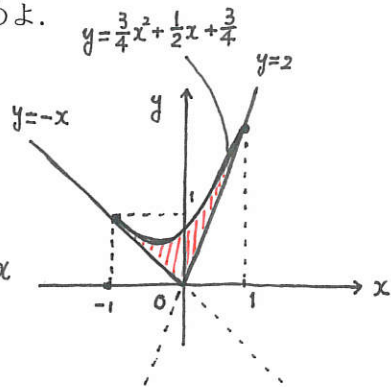
(3) (2) より, 領域 S は右図の斜線部分であり。

面積は,

$$\int_{-1}^0 \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} - (-x) \right) dx + \int_0^1 \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} - 2x \right) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{4} + \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^3}{4} - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} //$$



(4) ~~求める体積は,~~

医学部用の問題

$$V = \pi \int_{-1}^0 \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \right)^2 - (-x)^2 dx + \pi \int_0^1 \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \right)^2 - (2x)^2 dx$$

$$= \frac{\pi}{16} \int_{-1}^1 (3x^2 + 2x + 3)^2 dx - \pi \int_{-1}^0 x^2 dx - \pi \int_0^1 4x^2 dx$$

$$= \frac{\pi}{16} \int_{-1}^1 9x^4 + 12x^3 + 22x^2 + 12x + 9 dx - \pi \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^0 - \pi \left[\frac{4}{3}x^3 \right]_0^1$$

$$= \frac{\pi}{16} \left[\frac{9}{5}x^5 + 3x^4 + \frac{22}{3}x^3 + 6x^2 + 9x \right]_{-1}^1 - \frac{\pi}{3} - \frac{4}{3}\pi$$

$$= \frac{34}{15}\pi - \frac{5}{3}\pi$$

$$= \frac{3}{5}\pi //$$