大阪大学

2012年 理系 第4問

$\boxed{4}$ 5次式 $f(x)=x^5+px^4+qx^3+rx^2+sx+t$ （p，q，r，s，t は実数）について考える．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 数列 $f(0)$，$f(1)$，$f(2)$，$f(3)$，$f(4)$ が等差数列であることと，

$$f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+lx+m \quad (l,\ m \text{ は実数})$$

と書けることは互いに同値であることを示せ．

(2) $f(x)$ は (1) の条件をみたすものとする．α を実数，k を3以上の自然数とする．k 項からなる数列

$$f(\alpha),\ f(\alpha+1),\ f(\alpha+2),\ \cdots,\ f(\alpha+k-1)$$

が等差数列となるような α，k の組をすべて求めよ．