



2015年理系第3問

3  $a$ を正の実数とし、 $p$ を正の有理数とする。座標平面上の2つの曲線 $y = ax^p$  ( $x > 0$ )と $y = \log x$  ( $x > 0$ )を考える。この2つの曲線の共有点が1点のみであるとし、その共有点を $Q$ とする。以下の問いに答えよ。必要であれば、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{\log x} = \infty$ を証明なしに用いてよい。

- (1)  $a$ および点 $Q$ の $x$ 座標を $p$ を用いて表せ。
- (2) この2つの曲線と $x$ 軸で囲まれる図形を、 $x$ 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を $p$ を用いて表せ。
- (3) (2)で得られる立体の体積が $2\pi$ になるときの $p$ の値を求めよ。