



2012年人文学部第3問

3 正の整数からなる数列 $\{a_n\}$ が $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$n\left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}}\right) < 2, \quad 2 + \frac{1}{a_{n+1}} < (n+1)\left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}}\right)$$

を満たし、かつ $a_2 = 2$ とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_3 を求めよ。
- (3) 一般項 a_n を推定し、それが正しいことを証明せよ。
- (4) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$ を求めよ。