



2018年教育（中等教育自然科学系）第3問

3 四面体 OABC は、

$$OA = OC = 1, \quad OB = 2, \quad \angle AOB = \angle BOC = \angle AOC = 60^\circ$$

を満たすとする。

$0 < s < 1, 0 < t < 1$ を満たす実数 s, t に対し、辺 OC を $s : (1 - s)$ に内分する点を P、辺 AB を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。 $\vec{a} = \vec{OA}, \vec{b} = \vec{OB}, \vec{c} = \vec{OC}$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}, \vec{a} \cdot \vec{c}$ を求めよ。
- (2) \vec{PQ} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, s, t$ を用いて表せ。
- (3) 2つのベクトル \vec{PQ}, \vec{OC} が直交するとき、 s を t を用いて表せ。
- (4) 三角形 OQC の面積の最小値とそのときの t の値を求めよ。