2014年 理系 第2問

$\boxed{2}$ $f(x)=\dfrac{x}{2^x}$ とし，$f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 定数 c を $0 \leqq c \leqq 2$ とする．このとき，$0 \leqq x \leqq 2$ を満たす x に対して，不等式

$$f(x) \leqq f'(c)(x-c)+f(c)$$

が成り立つことを示せ．また，等号が成立するのはどのようなときか述べよ．

(2) n を自然数とする．x_1，x_2，$\cdots$，x_n は 0 以上の実数で，$x_1+x_2+\cdots+x_n=2$ を満たすとする．このとき，不等式

$$f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n) \leqq nf\left(\frac{2}{n}\right)$$

が成り立つことを示せ．また，等号が成立するのはどのようなときか述べよ．