



2018年文系第2問

2 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を次の条件によって定める.

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 1,$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = 5a_n + 6b_n \\ b_{n+1} = 4a_n + 5b_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) すべての自然数 n について,

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{2n-1} = a_n\sqrt{2} + b_n\sqrt{3}$$

となることを数学的帰納法を用いて証明せよ.

(2) $c_n = a_n\sqrt{2} - b_n\sqrt{3}$ とおく. 数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ.

(3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を, それぞれ求めよ.