



2013年理系第5問

5 次の問いに答えよ。ただし、 $e$ は自然対数の底である。

(1)  $x \geq 2$ のとき、 $x^4 e^{-3x} \leq 16e^{-6}$ を示せ。また、これを用いて  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-3x}$ を求めよ。

(2)  $k$ を定数とする。 $x > 0$ の範囲で方程式

$$x e^{-3x} = \frac{k}{x^2}$$

がちょうど2つの解 $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )をもつような $k$ の値の範囲を求めよ。

(3) (2)の $\alpha, \beta$ が $\beta = 2\alpha$ を満たすとき、曲線 $y = x e^{-3x}$  ( $x > 0$ )と曲線 $y = \frac{k}{x^2}$  ( $x > 0$ )で囲まれた部分の面積を求めよ。