



2014年理学部第3問

3 A, E はそれぞれ行列 $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ を表す. 以下の各問に答えよ.

- (1) $A(A+2E) = a_1(A+2E), A(A-3E) = b_1(A-3E)$ となる数 a_1, b_1 を求めよ.
(2) 各自然数 n に対して

$$A^n(A+2E) = a_n(A+2E), \quad A^n(A-3E) = b_n(A-3E)$$

となる数 a_n, b_n を求めよ.

- (3) 各自然数 n に対して, $A^n = c_n A + d_n E$ となる数 c_n, d_n を求めよ.
(4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_1 + d_2 + \cdots + d_n}{a_n}$ を求めよ.
(5) 各自然数 n に対して c_n は整数であることを示せ.