



2012年 理学部（数） 第4問

4  $a_1$  を  $\frac{\pi}{12} < a_1 < \frac{\pi}{4}$  を満たす数とし,  $\{a_n\}$  を

$$a_{n+1} = 1 - \sin a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる数列とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 直線  $y = 1 - x$  と曲線  $y = \sin x$  は,  $\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4}$  の範囲でただ1つの交点をもつことを示せ.
- (2)  $n$  を自然数とすると, 不等式  $\frac{\pi}{12} < a_n < \frac{\pi}{4}$  を示せ.
- (3) (1)の交点の  $x$  座標を  $\alpha$  とするとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$  が成り立つことを示せ.