

2014年学芸(数学)第4問



4 次のようなゲームを考える. 袋の中に赤玉, 白玉, 青玉が3個ずつ入っている. 袋の中から玉を1個ずつ取り出し, 取り出した玉はもとに戻さないものとする. 取り出した玉の色が赤, 白, 青ならば, それぞれ3点, 1点, -2点を得るものとする. 得た点の合計が4点以上になったとき, ゲームを終了する. 以下の問いに答えよ.

- (1) 玉を2回取り出したときの合計点数の期待値(平均)を求めよ.
 (2) ゲームが終了するまでに玉を4回以上取り出す確率を求めよ.

(1) 合計得点のとりうる値は, 6, 4, 2, 1, -1, -4

$$\begin{aligned}
 &\bullet 6 \text{点} (2 \text{個とも赤}) \cdots \frac{{}^3C_2}{{}^9C_2} = \frac{3}{36} & \bullet 4 \text{点} (赤, 白) \cdots \frac{{}^3C_1 \times {}^3C_1}{{}^9C_2} = \frac{9}{36} \\
 &\bullet 2 \text{点} (2 \text{個とも白}) \cdots \frac{{}^3C_2}{{}^9C_2} = \frac{3}{36} & \bullet 1 \text{点} (赤, 青) \cdots \frac{{}^3C_1 \times {}^3C_1}{{}^9C_2} = \frac{9}{36} \\
 &\bullet -1 \text{点} (白, 青) \cdots \frac{{}^3C_1 \times {}^3C_1}{{}^9C_2} = \frac{9}{36} & \bullet -4 \text{点} (2 \text{個とも青}) \cdots \frac{{}^3C_2}{{}^9C_2} = \frac{3}{36}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (\text{期待値}) &= 6 \cdot \frac{3}{36} + 4 \cdot \frac{9}{36} + 2 \cdot \frac{3}{36} + 1 \cdot \frac{9}{36} + (-1) \cdot \frac{9}{36} + (-4) \cdot \frac{3}{36} \\
 &= \frac{4}{3} //
 \end{aligned}$$

(2) (i) 2回でおわる場合.

$$(1) \text{より, } \frac{3}{36} + \frac{9}{36} = \frac{1}{3}$$

(ii) 3回でおわる場合, (白, 白, 赤), (赤, 青, 赤), (青, 赤, 赤)

$$\therefore \frac{3}{36} \times \frac{3}{7} + \frac{9}{36} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$$

$$\begin{aligned}
 (i), (ii) \text{より, } & 1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{28} = \frac{84 - 28 - 9}{84} \\
 & \text{余事象} \\
 & = \frac{47}{84} //
 \end{aligned}$$