



2018年文系第2問

2 次の問いに答えよ。

(1) 実数  $\theta$  が  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  を満たすとき、不等式

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} < 1$$

が成り立つことを示せ。

(2)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  を満たす実数  $\theta$  に対し、

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \quad \left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

により定まる実数  $\alpha$  は、 $\theta$  についての整式  $f(\theta)$  を用いて  $\alpha = f(\theta)$  と表すことができる。このような  $f(\theta)$  を一つ求めよ。(3) (2) で求めた  $f(\theta)$  を用いて、数列  $\{\theta_n\}$  を

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_{n+1} = f(\theta_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。数列  $\{\theta_n\}$  の一般項を求めよ。(4) (3) の数列  $\{\theta_n\}$  に対し、

$$|\theta_{n+1} - \theta_n| \leq \frac{\pi}{1000}$$

となる最小の自然数  $n$  を求めよ。