



2013年工学部第4問

4 数列 $\{r_n\}$ が次の関係式を満たしている。

$$r_1 = 0, \quad r_{n+1} = \frac{r_n + 2}{2r_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $r_{n+1} - \alpha = \beta \frac{r_n - \alpha}{2r_n + 1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす定数 α, β をすべて求めよ。
- (2) $\frac{r_{n+1} - p}{r_{n+1} - q} = k \frac{r_n - p}{r_n - q}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす定数 p, q, k の組 (p, q, k) を1つ求めよ。ただし、 $p \neq q$ とする。
- (3) 数列 $\{r_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$ を求めよ。