00000510819849999

お茶の水女子大学

2012 年 理（数学科） 第 2 問

$\boxed{2}$ a, b を実数とし，$a < b$ とする．関数 $f(x)$ は閉区間 $[a,\ b]$ で連続，開区間 $(a,\ b)$ で少なくとも 2 回まで微分可能で，$f''(x) \geqq 0$ とする．以下の問いに答えよ．

(1) $a < c < b$ とする．$y = g(x)$ を点 $(c,\ f(c))$ における $f(x)$ の接線とする．$a \leqq x \leqq b$ のとき $g(x) \leqq f(x)$ を示せ．

(2) $y = h(x)$ を，$(a,\ f(a))$，$(b,\ f(b))$ の 2 点を通る直線とする．$a \leqq x \leqq b$ のとき $f(x) \leqq h(x)$ を示せ．

(3) $a < c < b$ とする．

$$\frac{1}{2}(b-a)\left(f'(c)(a+b-2c)+2f(c)\right) \leqq \int_a^b f(x)\,dx \leqq \frac{1}{2}(f(a)+f(b))(b-a)$$

を示せ．

(4)

$$\frac{\pi}{2}e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \leqq \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\cos x}\,dx \leqq \frac{\pi}{4}\left(1+\frac{1}{e}\right)$$

を示せ．