



2013年理系第1問

1 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。座標平面上で原点 O を通り傾きが $\tan \theta$ の直線を l とし、行列

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

の表す1次変換を f とする。座標平面上に2点 P, Q がある。次の問いに答えよ。

- (1) 線分 OP が直線 l と垂直であるとき、1次変換 f による点 P の像を求めよ。
- (2) 1次変換 f による点 Q の像を R とする。このとき $|\overrightarrow{OR}| \leq |\overrightarrow{OQ}|$ が成り立つことを示せ。さらに等号が成立する場合を調べよ。
- (3) 1次変換 f による点 $(1, 1)$ の像を S とする。このとき $|\overrightarrow{OS}|$ が最大となる θ と最小となる θ をそれぞれ求めよ。