



2016年文系第5問

5  $n$  を 2 以上の自然数とする。次の問いに答えよ。

(1) 変数  $x$  のデータの値が  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとし、

$$f(a) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - a)^2$$

とする。  $f(a)$  を最小にする  $a$  は  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の平均値で、そのときの最小値は  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の分散であることを示せ。

(2)  $c$  を定数として、変数  $y, z$  の  $k$  番目のデータの値が

$$y_k = k \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

$$z_k = ck \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

であるとする。このとき  $y_1, y_2, \dots, y_n$  の分散が  $z_1, z_2, \dots, z_n$  の分散より大きくなるための  $c$  の必要十分条件を求めよ。

(3) 変数  $x$  のデータの値が  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとし、その平均値を  $\bar{x}$  とする。新たにデータを得たとし、その値を  $x_{n+1}$  とする。  $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$  の平均値を  $x_{n+1}, \bar{x}$  および  $n$  を用いて表せ。

(4) 次の 40 個のデータの平均値、分散、中央値を計算すると、それぞれ、ちょうど 40, 670, 35 であった。

120	10	60	70	30	20	20	30	20	60
40	50	40	10	30	40	40	30	20	70
100	20	20	40	40	60	70	20	50	10
30	10	50	80	10	30	70	10	60	10

新たにデータを得たとし、その値が 40 であった。このとき、41 個のすべてのデータの平均値、分散、中央値を求めよ。ただし、得られた値が整数でない場合は、小数第 1 位を四捨五入せよ。