



2017年理系第1問

1 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = \tan \frac{\pi}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + 1} + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。次の問いに答えよ。

- (1)  $a_2 = \tan \frac{\pi}{6}$ ,  $a_3 = \tan \frac{\pi}{12}$ であることを示せ。
- (2) 一般項  $a_n$  を表す  $n$  の式を推定し、それが正しいことを数学的帰納法により証明せよ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n a_n$  を求めよ。