



2018年文系第2問

2 次の問いに答えよ。

(1) 実数 θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすとき、不等式

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} < 1$$

が成り立つことを示せ。

(2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 θ に対し、

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \quad \left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

により定まる実数 α は、 θ についての整式 $f(\theta)$ を用いて $\alpha = f(\theta)$ と表すことができる。このような $f(\theta)$ を一つ求めよ。(3) (2) で求めた $f(\theta)$ を用いて、数列 $\{\theta_n\}$ を

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_{n+1} = f(\theta_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。数列 $\{\theta_n\}$ の一般項を求めよ。(4) (3) の数列 $\{\theta_n\}$ に対し、

$$|\theta_{n+1} - \theta_n| \leq \frac{\pi}{1000}$$

となる最小の自然数 n を求めよ。