

2012年理系第3問

3 行列 A, B を $A = \begin{pmatrix} a-b & -b \\ b & a+b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -b & -b \\ b & b \end{pmatrix}$ によって定める. ただし, a, b は定数で $b \neq 0$ とする. 行列 A および B で表される 1 次変換をそれぞれ f, g とする. また, 点 $P(1, 2)$ の g による像を Q とし, 点 P を通り, 方向ベクトルが \overrightarrow{OQ} である直線を l とする. ただし, O は原点を表す.

- (1) 点 Q の g による像を求めよ.
- (2) 点 P の f による像 R が直線 l 上にあれば, $a = 1$ であることを示せ.
- (3) $a = 1$ のとき, 直線 l 上のすべての点は f により l 上に移ることを示せ.