

2015年 理工学部 第2問

2 a を実数とする．絶対値を含む式 $|x-a|x-a|x-a|$ は，以下の (1) と (2) のように 2 通りの解釈が可能である．それぞれの解釈のもとで，方程式

$$|x-a|x-a|x-a| = x-a$$

を考える．

- (1) $|x-a|x-a|x-a|$ を，絶対値 $|x-a|$ と x の積から， a と絶対値 $|x-a|$ の積を引いた値と解釈する．このとき，上の方程式の実数解を a を用いて小さいほうから列挙すると $x = \boxed{\text{キ}}$ となる．
- (2) $|x-a|x-a|x-a|$ を $x-a|x-a|x-a$ の絶対値であると解釈する．このとき，上の方程式の実数解の個数が 1 個となるための必要十分条件は $a \geq \boxed{\text{ク}}$ である．また，この方程式の実数解が異なる 3 つの整数となるのは $a = \boxed{\text{ケ}}$ のときである．
- (3) (2) と同じ解釈のもとで，上の方程式の実数解の個数が有限であるための必要十分条件は $a \neq \boxed{\text{コ}}$ である． $a \neq \boxed{\text{コ}}$ が必要条件であることの証明を書きなさい．