

2015年 経済 第2問

2 xy 平面上の原点 O と 3 次関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15x$ と 1 次関数 $g(x) = 3ax$ を考える. ただし, a は定数である. また, 関数 $y = f(x)$ のグラフで $x \geq 0$ を満たす部分を曲線 C とする. 曲線 $y = f(x)$ 上の点を $P(p, f(p))$ とし, 点 P における曲線 $y = f(x)$ の接線を l とする. ただし, $p \geq 0$ を満たす. 以下の問題に答えよ.

- (1) 関数 $f(x)$ が単調に増加することを示せ.
- (2) 直線 l の傾きが最小となるとき, p の値と直線 l の式を求めよ.
- (3) 関数 $y = g(x)$ のグラフが曲線 C と異なる 3 点で交わるとき, a の値の範囲を求めよ.
- (4) a の値は (3) で求めた範囲を満たすとす. $x \geq 0$ の範囲で関数 $f(x) - g(x)$ が最小となるとき, x を a を用いて表せ.
- (5) 点 P が原点 O と一致する場合に, 接線 l が曲線 C と原点以外で交わる点を Q とおき, 曲線 C 上において原点 O と点 Q の間に点 R をとる. $\triangle ORQ$ の面積が最大となるとき, 点 R の座標と $\triangle ORQ$ の面積を求めよ.