



2016年 総合理工 (数理・情報システム) 第2問



2 次の問いに答えよ。

- (1) 2次方程式 $t^2 + 5t + 2 = 0$ の解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。
 (2) u, v を実数とする。2次方程式 $t^2 - ut + v = 0$ が実数解をもつとき、点 (u, v) の存在範囲を図示せよ。
 (3) 平面上の点 (a, b) が原点を中心とする半径1の円の内部を動くとき、点 $(a+b, ab)$ の動いてできる領域を図示せよ。

(1) 解と係数の関係より。 $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$

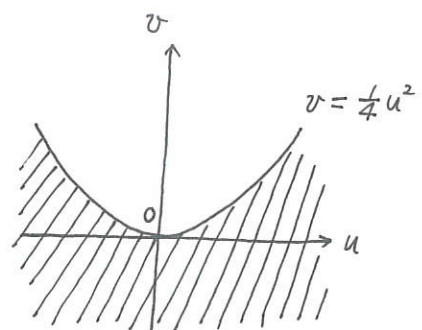
$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-5)^2 - 2 \cdot 2 = \underline{21}$$

(2) 判別式を D とすると、 $D \geq 0$ より

$$D = u^2 - 4v \geq 0 \quad \therefore v \leq \frac{1}{4}u^2$$

よって存在範囲は右図の斜線部分

(ただし境界線も含む)

(3) $(a+b, ab) = (u, v)$ とおくと、(2)より。

右上図の領域となる。

$$\text{また、} a^2 + b^2 < 1 \iff u^2 - 2v < 1$$

$$\iff v > \frac{1}{2}u^2 - \frac{1}{2}$$

ここで、 $v = \frac{1}{4}u^2$ と $v = \frac{1}{2}u^2 - \frac{1}{2}$ の交点は $(\pm\sqrt{2}, \frac{1}{2})$

であるから

右図の斜線部分となる (境界線は太線部分のみ含む)

