

2017年 全学部 第3問

3 1辺の長さが3の正三角形ABCにおいて、3辺AB, BC, CA上に $AD = x$, $BE = 2x$, $CF = 3x$ ($0 < x < 1$)となる点D, E, Fをとる.

(1) 三角形ADFが正三角形のとき、 $x = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である.

三角形ADFが直角三角形のとき、 $x = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$, $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である.

ただし、 $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}} < \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ とする.

三角形CEFの外接円の半径と三角形BDEの外接円の半径が等しくなるとき、 $x = \frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ である.

(2) 三角形DEFの面積をSとすると、 $S = \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ケコ} x^2 - \text{サシ} x + \text{ス})$ であり、Sは $x = \frac{\text{セ}}{\text{ソタ}}$

のとき、最小値 $\frac{\text{チ} \sqrt{\text{ツ}}}{\text{テト}}$ をとる.