

2016年 都市教養（理系）第2問

2  $n$  を自然数とし,

$$h(x) = x - n \log x$$

とおく. ただし,  $\log x$  は自然対数とする. 以下の問いに答えなさい.

- (1)  $x \geq 2n$  のとき,  $h'(x) \geq \frac{1}{2}$  が成り立つことを示しなさい. ただし,  $h'(x)$  は  $h(x)$  の導関数とする.
- (2)  $x \geq 2n$  のとき,  $h(x) - h(2n) \geq \frac{1}{2}(x - 2n)$  が成り立つことを示しなさい.
- (3)  $x \geq 2n$  かつ  $x \geq 2n - 2h(2n)$  のとき,  $h(x) \geq 0$  が成り立つことを示しなさい.
- (4) (3) を利用して  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{n-1}}{e^x} = 0$  が成り立つことを示しなさい. ただし,  $e$  は自然対数の底とする.