

2017年第3問

3 整式 $f_1(x)$, $f_2(x)$, \dots , $f_n(x)$, \dots を

$$f_1(x) = x, \quad f_{n+1}(2x) = 2f_n(x) + \{f_n(x)\}^2 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

で定義する。このとき、下の問いに答えよ。

(1) $f'_n(0)$, $f''_n(0)$ を求めよ。

(2) $x \geq 0$ において不等式 $f_n(x) \leq f_{n+1}(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) が成り立つことを示せ。