

2014年 経済学部 第2問

2 a, b, c を実数とする. x の関数 $F(x)$ を

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx + c$$

と定め,

$$f(x) = F'(x)$$

とおく. 関数 $F(x)$ は $x = \alpha$ において極大に, $x = \beta$ において極小になるとする. 点 $(\alpha, f(\alpha)), (\beta, f(\beta))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線をそれぞれ l_α, l_β とする.

(1) 直線 l_α と l_β の交点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\alpha + \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\beta, \frac{\boxed{19} \mid \boxed{20}}{\boxed{21}}(\beta - \alpha)^2 \right)$$

である.

(2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 l_α, l_β とで囲まれた図形の面積を S とすると,

$$S = \frac{\boxed{22}}{\boxed{23} \mid \boxed{24}}(\beta - \alpha)^3$$

である. 必要なら次の公式を使ってよい. r を実数とすると

$$\int (x+r)^2 dx = \frac{1}{3}(x+r)^3 + C \quad (C \text{ は定数})$$

(3) 実数 a, b が不等式

$$0 \leq a \leq 2, \quad 2a - 4 \leq b \leq 2a - 2$$

をみたす範囲を動くとき, S の最大値は $\frac{\boxed{25} \mid \boxed{26}}{\boxed{27}}$, 最小値は $\frac{\boxed{28} \mid \boxed{29}}{\boxed{30}}$ である.