



2015年理系第2問

2 関数 $f(x) = xe^x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ について、増減および凹凸を調べ、そのグラフをかけ。ただし、必要ならば $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ を用いてもよい。
- (2) 不定積分 $\int xe^x dx$, $\int x^2 e^{2x} dx$ をそれぞれ求めよ。
- (3) $0 \leq t \leq 1$ に対し $g(x) = f(x) - f(t)$ とおく。 $0 \leq x \leq 1$ の範囲で、曲線 $y = g(x)$ と x 軸ではさまれる部分を、 x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を $V(t)$ とする。 $V(t)$ を求めよ。
- (4) (3) の $V(t)$ が最小値をとるときの t の値を a とする。最小値 $V(a)$ と、 $f(a)$ の値を求めよ。ただし、 a の値を求める必要はない。