

2013年 工学科学 第4問

4 xy 平面上の曲線 $C: y = \frac{1}{x} (x > 0)$ を考える. $0 < p < q$ のとき, C 上の2点 $P\left(p, \frac{1}{p}\right)$, $Q\left(q, \frac{1}{q}\right)$ を通る直線と C で囲まれる図形の面積を S とし, その図形を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を V とする.

(1) $r = \frac{q}{p}$ とおくとき, S および V の値を p, r を用いて表せ.

(2) 自然数 n に対して, $p = 3^{n-1}$, $q = 3^n$ のときの V の値を V_n とおく. 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ の和を求めよ.