学習院大学

2014年 理学部 第4問

数理 石井K

4 正の実数aに対して$f(a)=\int_{-a}^{a}\frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2}dx$とおく.

(1) $f(a)$を求めよ.

(2) 極限$\lim_{a\to\infty}f(a)$を求めよ.

(1) $\frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2}=e^x\left(\frac{1}{e^x+1}-\frac{1}{e^x+2}\right)$ より

$$f(a)=\int_{-a}^{a}\frac{e^x}{e^x+1}-\frac{e^x}{e^x+2}\,dx$$

$$=\left[\log(e^x+1)-\log(e^x+2)\right]_{-a}^{a}$$

$$=\log\frac{e^a+1}{e^a+2}-\log\frac{e^{-a}+1}{e^{-a}+2}$$

$$=\underline{\log\frac{2e^a+1}{e^a+2}}\ //$$

(2) $\lim_{a\to\infty}f(a)=\lim_{a\to\infty}\log\frac{2+\frac{1}{e^a}}{1+\frac{2}{e^a}}$

$$=\underline{\log 2}\ //$$