0002264275377999

佐賀大学

2016年 理工学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 0でない複素数zの極形式を$r(\cos\theta+i\sin\theta)$とするとき，次の複素数を極形式で表せ．ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$とし，また$z$と共役な複素数を$\overline{z}$で表す．

(1) $-\overline{z}$

(2) $\dfrac{1}{z^2}$

(3) $z-|z|$

(1) $-\overline{z} = -r(\cos\theta - i\sin\theta)$

$= r(-\cos\theta + i\sin\theta)$

$= \underline{r\{\cos(\pi-\theta) + i\sin(\pi-\theta)\}}$ 〃

(2) $\dfrac{1}{z^2} = z^{-2}$

$= r^{-2}(\cos\theta + i\sin\theta)^{-2}$

$= \underline{\dfrac{1}{r^2}\{\cos(-2\theta) + i\sin(-2\theta)\}}$ 〃

(3) $|z| = r$ より

$z - |z| = r(\cos\theta + i\sin\theta) - r$

$= r(\cos\theta - 1 + i\sin\theta)$

$= r\left(-2\sin^2\dfrac{\theta}{2} + i\cdot 2\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}\right)$

$= 2r\sin\dfrac{\theta}{2}\left(-\sin\dfrac{\theta}{2} + i\cos\dfrac{\theta}{2}\right)$

$= \underline{2r\sin\dfrac{\theta}{2}\left\{\cos\left(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\dfrac{\theta}{2}+\dfrac{\pi}{2}\right)\right\}}$ 〃

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より，$2r\sin\dfrac{\theta}{2} \geqq 0$