2013年 都市教養（理系） 第2問

2 実数 a に対し

$$I = \int_0^1 |xe^x - a|\, dx$$

とする．以下の問いに答えなさい．ただし，e は自然対数の底とする．

(1) $0 < a < e$ のとき，$te^t = a$ を満たす実数 t $(0 < t < 1)$ がただ1つ存在することを示しなさい．

(2) $0 < a < e$ のとき，I の値を(1)の t を用いて表しなさい．

(3) a がすべての実数を動くとき，I の値を最小にする a とそのときの I の値を求めなさい．