

2013年 都市教養（理系）第2問

2 実数  $a$  に対し

$$I = \int_0^1 |xe^x - a| dx$$

とする。以下の問いに答えなさい。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- (1)  $0 < a < e$  のとき、 $te^t = a$  を満たす実数  $t$  ( $0 < t < 1$ ) がただ 1 つ存在することを示しなさい。
- (2)  $0 < a < e$  のとき、 $I$  の値を (1) の  $t$  を用いて表しなさい。
- (3)  $a$  がすべての実数を動くとき、 $I$  の値を最小にする  $a$  とそのときの  $I$  の値を求めなさい。