



2014年人文学部第1問

1 座標平面上の点  $(-2, 1)$  を  $A$ , 点  $(a, \frac{1}{4}a^2)$  を  $B$  とする. ただし,  $0 < a < 2$  とする. また,  $y = \frac{1}{4}x^2$  で表される放物線を  $C$  とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 放物線  $C$  と線分  $AB$  で囲まれる部分の面積  $S$  を  $a$  の式で表せ.
- (2) 直線  $AB$  が直線  $x = 2$  と交わる点を  $D$  とする. 放物線  $C$  と線分  $BD$  および直線  $x = 2$  で囲まれる部分の面積  $T$  を  $a$  の式で表せ.
- (3) 次の条件によって定められる数列  $\{p_n\}$ ,  $\{q_n\}$  の一般項を求めよ.
  - (i)  $p_1 = 1, p_n > 0$ ,
  - (ii)  $q_n = \frac{1}{4}p_n^2$ ,
  - (iii)  $p_n - p_{n+1} = 2\sqrt{q_n q_{n+1}}$
- (4)  $a = p_n$  のとき, (1) と (2) で求めた  $S$  と  $T$  に対し,  $T > S$  となる最小の  $n$  を求めよ.