0002171458287999

広島女学院大学

2015年B日程 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ a と b を定数とし，2次関数 $y=-x^2+ax+a+b$ のグラフを F とする．次の問いに答えよ．

(1) グラフ F の軸を求めよ． $x=\frac{a}{2}$

(2) グラフ F と x 軸が異なる2点を共有するとき，a と b の関係を求めよ． $a^2+4a+4b>0$

(3) グラフ F と x 軸が異なる2点を共有し，そのうち1つの x 座標が3であるとする．このとき，b を a で表すと $b=\boxed{}$ である．また，もう1つの共有点の x 座標は $\boxed{}$ である． $a-3$

(4) (3)で求めた x 座標が，区間 $-3\leqq x\leqq 0$ に含まれるとき，a の範囲は $\boxed{}$ である．また，このとき，グラフ F の頂点の y 座標の最大値は $\boxed{}$，最小値は $\boxed{}$ である． $0\leqq a\leqq 3$

$-4a+9$ 　 9 　 $\frac{9}{4}$

(1) $x=-\frac{a}{2\cdot(-1)}$ 　 $\therefore\ \underline{x=\frac{a}{2}}$ //

ポイント $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ の軸は，$x=-\frac{b}{2a}$

(2) $-x^2+ax+a+b=0$ の判別式を D とすると，$D>0$ より

$D=a^2-4\cdot(-1)\cdot(a+b)$

$=a^2+4a+4b$

$\therefore\ \underline{a^2+4a+4b>0}$ //

(3) 方程式 $-x^2+ax+a+b=0$ の1つの解が $x=3$ であるから，

$-9+3a+a+b=0$

$\therefore\ \underline{b=-4a+9}$ //

このとき，$-x^2+ax-3a+9=0$

$\therefore\ (x-3)\{x-(a-3)\}=0$

∴もう1つの共有点の x 座標は $\underline{a-3}$ //

(4) $-3\leqq a-3\leqq 0 \iff \underline{0\leqq a\leqq 3}$ //

$F: y=-(x^2-ax)+a+b$

$=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+a-4a+9$

$\therefore$ 頂点は $\left(\frac{a}{2}, \frac{a^2}{4}-3a+9\right)$

$\therefore\ Y=\frac{a^2}{4}-3a+9$ とおくと

$Y=\frac{1}{4}(a^2-12a)+9$

$=\frac{1}{4}(a-6)^2$

$0\leqq a\leqq 3$ であるから

$\underline{Y\text{の最大値は }9\text{，最小値は }\frac{9}{4}}$ //