

2018年A日程第5問

5 ある団体の会員番号を次のルールで作成したい。

各桁の数をすべて足す。

- ただし、右端から数えて偶数番目の桁の数は2倍したものを足すものとする。
- 2倍した数が2桁の場合は、一の位と十の位の数を別々に考えて足す。

足した結果が10で割り切れれば正しい番号、そうでなければ入力ミスとみなす。たとえば、58438という5桁の会員番号を検証してみる。

5 8 4 3 8

右から数えて偶数番目は2倍したものを足すので、先に2倍する。

5 16 4 6 8

ここで、「16」という2桁の数は一の位と十の位を別々に考えて足す。つまり「1+6」にして最終的な結果は $5 + (1 + 6) + 4 + 6 + 8 = 30$ となり、これは10で割り切れるから正しい番号になる。ただし、左端が0であっても会員番号と見なすものとする。

(1) 2桁の会員番号 ab について次の問いに答えよ。

- ① 2桁の会員番号で左端の数が3で始まる会員番号をすべてあげよ。
- ② 2桁の会員番号で左端の数が8で始まる会員番号をすべてあげよ。
- ③ 2桁の会員番号は何通りあるか。

(2) 3桁の会員番号 abc について、今、 b' を次で定義する：

$b' = 2b$ が1桁のとき $2b$ 、 $2b$ が2桁のときは各桁の和

このとき、次の問いに答えよ。

- ① $a + b' + c$ の値の範囲は $0 \leq a + b' + c \leq$ である。
- ② $a = 3$ 、 $b = 6$ の会員番号では $c =$
- ③ $a = 3$ 、 $b = 9$ の会員番号では $c =$
- ④ $a = 3$ で始まる会員番号は何通りあるか。
- ⑤ 3桁の会員番号は何通りあるか。