

2012年 医学部 第3問

3 自然数 n と 0 以上の整数 m に対して, $p_n = {}_{2n}C_n \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$, $I_m = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x dx$ とおく. 次の問いに答えなさい.

- (1) すべての自然数 n について $\left(n + \frac{1}{2}\right) p_n^2 = \frac{b I_{2n}}{I_{2n+1}}$ が成り立つように, 定数 b の値を求めなさい.
- (2) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ のとき, $\sin^m x > \sin^{m+1} x > 0$ であることを用いて, 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} p_n$ を求めなさい.