

2015年文系第3問

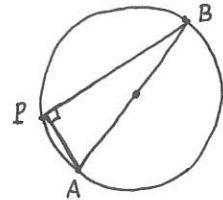


3 平面上に点 $A(1, -1)$, $B(7, 7)$ があり, 2点 A, B と異なる点 $P(x, y)$ が $\angle APB = 90^\circ$ を満たしているとき, 次の問いに答えよ.

- (1) x, y が満たす関係式を求めよ.
 (2) $3x + 4y$ のとりうる値の範囲を求めよ.

(1) $\angle APB = 90^\circ \Leftrightarrow$ 点 P が線分 AB を直径とする円周上にあり,

$$P \neq A, B$$



線分 AB の中点は $(4, 3)$ で $AB = \sqrt{(7-1)^2 + (7+1)^2} = 10$

\therefore 線分 AB を直径とする円 C の方程式は,

$$C: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

よってより, $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ ただし, $(x, y) \neq (1, -1), (7, 7)$

(2) $3x + 4y = k$ とおく

$$l: y = -\frac{3}{4}x + \frac{k}{4}$$

この直線 l と C とが共有点をもつときの

k の最大値, 最小値を調べればよい

直線 $AB \perp l$ であるから, (AB の傾きは $\frac{4}{3}$)

l が A を通るとき, $3 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) = k \quad \therefore k = -1$

l が B を通るとき, $3 \cdot 7 + 4 \cdot 7 = k \quad \therefore k = 49$

A, B は含まれていないので, $-1 < 3x + 4y < 49$

