

2015年1期2日目第5問

5 次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

- (1) n を自然数とする. $\sqrt{504n}$ は $n = \boxed{39}$ のとき最小の自然数 $\boxed{40}$ になる.
- (2) 和が 80, 最大公約数が 16 である 2 つの自然数の差は $\boxed{41}$ または $\boxed{42}$ である. 但し $\boxed{41} < \boxed{42}$ とする.
- (3) 9 で割ると 2 余り 8 で割ると 3 余る自然数 n のうち, $10 \leq n \leq 100$ を満たす n は $\boxed{43}$ と $\boxed{44}$ である. 但し $\boxed{43} < \boxed{44}$ とする.
- (4) 112, 211, 409 のいずれを割っても余りが 13 となる自然数のうち, 最大の自然数は $\boxed{45}$ であり, 最小の自然数は $\boxed{46}$ である.

$$(1) \sqrt{504n} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot n} = 6\sqrt{2 \cdot 7 \cdot n} \quad \therefore n = 14 \text{ のとき } \underline{84}$$

(2) 2 つの自然数を $16n, 16m$ とおく (n, m は自然数)

$$n \text{ と } m \text{ は互いに素で, } 16n + 16m = 80 \quad \therefore n + m = 5$$

$$n < m \text{ とすると, } (n, m) = (1, 4), (2, 3)$$

すなわち, 16, 64 と 32, 48 なので, 差は $\underline{16}$ または $\underline{48}$ (3) $n = 9k + 2 = 8l + 3$ (k, l は 0 以上の整数) とおくと.

$$9k - 8l = 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$9 \cdot 1 - 8 \cdot 1 = 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より, } 9(k-1) - 8(l-1) = 0 \quad \therefore 9(k-1) = 8(l-1)$$

 $\therefore 8$ と 9 は互いに素より, $k-1$ は 8 の倍数となり, $k = 8m + 1$ と表せる.

$$n = 9k + 2 \text{ に代入して, } n = 9(8m + 1) + 2 = 72m + 11$$

逆に, このとき条件をみたら, $10 \leq n \leq 100$ より $\underline{n = 11, 83}$ (4) 求める自然数を n とすると, n は,

$$112 - 13, 211 - 13, 409 - 13 \text{ をすべて割り切る.}$$

$$\text{すなわち, } 99, 198, 396 \text{ の最大公約数である } \therefore \underline{n = 99}$$

次に最小の自然数は公約数のうち 13 より大きいものの中で最小のものなので $\underline{n = 33}$