0001668271338999

# 首都大学東京

2014年 第4問

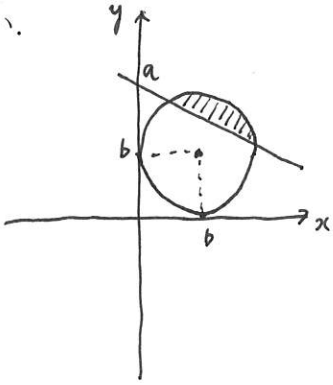
$\boxed{4}$ 大小二つのさいころを同時にふって，出た目の値をそれぞれ $a$, $b$ とする．領域

$$y \geqq -\frac{x}{2} + a \quad \text{かつ} \quad (x-b)^2 + (y-b)^2 \leqq b^2$$

の面積を $S$ とする．ただし，空集合の面積は0とする．以下の問いに答えなさい．

(1) $S = \dfrac{\pi b^2}{2}$ となる確率 $p_1$ を求めなさい．

(2) $S = 0$ となる確率 $p_2$ を求めなさい．




(1) 与えられた円の面積は $\pi b^2$ より．

$S$ が円の面積の半分になればよい

このとき、直線は円の中心 $(b, b)$ を通るので

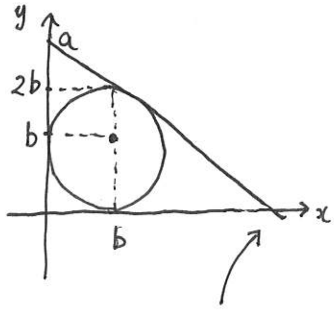
$b = -\frac{b}{2} + a \quad \therefore \ 2a = 3b$

$\therefore \ (a, b) = (3, 2), (6, 4)$ の2通り　$\therefore \ p_1 = \frac{2}{6^2} = \frac{1}{18}$

(2) 右のグラフのように接するのは．

点と直線のキョリ公式より

$b = \frac{|b + 2b - 2a|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|3b - 2a|}{\sqrt{5}}$




このとき．$a > 2b$ より．$b = \frac{2a - 3b}{\sqrt{5}}$

$\therefore \ 2a = (3 + \sqrt{5})b \quad a = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}b$

$\fallingdotseq \frac{3 + 2.23}{2}b = 2.615b$

$a$ がこの値以上ならば $S = 0$ となる　$\therefore \ a \geqq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}b$

この条件をみたす $(a, b)$ は．$(a, b) = (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (6, 2)$ の5通り

$\therefore \ p_2 = \frac{5}{6^2} = \frac{5}{36}$