

2013年薬学部第2問

2 次の各設問に答えよ.

(1) 連立方程式

$$\log_5 |x-7| + \log_5(20-y) = 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(5x+y-32) = -1 \quad \dots \textcircled{2}$$

を満たす実数 x, y は, $x = \boxed{\text{ア}}$ ⁸, $y = \boxed{\text{イウ}}$ ⁻⁵ である.

(2) 数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) の初項から第 n 項までの和が $37n^2 + 15n$ のとき一般項は

$$a_n = \boxed{\text{エオ}}$$
⁷⁴ $(n-1) + \boxed{\text{カキ}}$ ⁵²

であり, a_n が 2000 より大きくなるのは第 $\boxed{\text{クケ}}$ ²⁸ 項からである.

(1) 真数条件より. $20-y > 0 \quad \therefore y < 20$ また, $5x+y-32 > 0$

$$\textcircled{1} \text{ より. } |x-7| \cdot (20-y) = 5^2 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ より } 5x+y-32 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \quad \therefore 5x+y=35 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \text{ に } \textcircled{4} \text{ を代入して. } |x-7| \cdot (x-3) = 5$$

$$(i) x \geq 7 \text{ のとき. } (x-7)(x-3) = 5 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\therefore (x-2)(x-8) = 0 \quad x \geq 7 \text{ より } x = 8 \quad \textcircled{4} \text{ より. } y = -5$$

$$(ii) x < 7 \text{ のとき. } -(x-7)(x-3) = 5 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 26 = 0$$

$$\therefore (x-5)^2 + 1 = 0 \quad \therefore \text{解なし.}$$

$\therefore x = 8, y = -5$ これは真数条件をみたしている.

$$(2) S_n = 37n^2 + 15n$$

$$\rightarrow S_{n-1} = 37(n-1)^2 + 15(n-1) \quad (n \geq 2)$$

$$a_n = 74n - 37 + 15 \quad \therefore n \geq 2 \text{ に対して, } a_n = 74n - 22$$

これは $n=1$ のときも成り立っている $\therefore a_n = 74(n-1) + 52$

$$74n - 22 > 2000 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{74} \doteq 27.3 \quad \therefore n = 28$$