

2015年 畜産学部 第2問

2 関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ を用いて、関数 $g(x)$ が

$$g(x) = \begin{cases} -ax^2 + 1 & \left(x < \frac{\sqrt{a}}{a}\right) \\ f(x) & \left(x \geq \frac{\sqrt{a}}{a}\right) \end{cases}$$

で定義されている。ただし、 a, b, c は定数で、 $a > 0$ とする。次の各問に答えなさい。

- (1) 関数 $f(x)$ の導関数を求めなさい。
- (2) 曲線 $C_1: y = f(x)$ は点 $\left(\frac{\sqrt{a}}{a}, 0\right)$ を通り、この点における曲線 C_1 の接線の傾きは $-2\sqrt{a}$ であるとする。
 - (i) b を a の式で表しなさい。また、 c の値を求めなさい。
 - (ii) 関数 $g(x)$ が $x = 4$ で極小になるように、 a の値を定めなさい。
- (3) 曲線 $C_2: y = g(x)$ は2点 $(2, -1)$, $(3, 0)$ を通る。また、曲線 C_2 と直線 $L: y = tx$ で囲まれる部分の面積を t の関数として $S(t)$ で表す。ただし、 $a = 1$, $0 \leq t \leq 2$ とする。このとき、 $S(t)$ の導関数の値は正である。
 - (i) b, c の値をそれぞれ求めなさい。
 - (ii) $S(t)$ の最小値を求めなさい。
 - (iii) $S(t)$ が最大値をとるとき、曲線 C_2 と直線 L のすべての交点の座標を求めなさい。また、 $S(t)$ の最大値を求めなさい。