島根県立大学

2013年 総合政策 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ のグラフ C は，頂点が $(3,\ s)$ で，2点 $\mathrm{A}(-1,\ 5)$，$\mathrm{B}(5,\ -1)$ を通る．このとき，定数 a，b，c の値を求めよ．

(2) グラフ C 上の点 A，B における接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とするとき，2本の接線が交わる点 P の座標を求めよ．

(3) グラフ C と接線 ℓ_1，ℓ_2 で囲まれる部分の面積を求めよ．

(1) $y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$

$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$

∴ 頂点の x 座標は $-\frac{b}{2a}$　よって，$-\frac{b}{2a} = 3$　∴ $b = -6a$ …①

Aを通ることより，$5 = a - b + c$ …②

B　〃　$-1 = 25a + 5b + c$ …③

③−② より，$-6 = 24a + 6b$　∴ $4a + b = -1$ …④

④に①を代入して，$-2a = -1$　∴ $\underline{a = \frac{1}{2},\ b = -3,\ c = \frac{3}{2}}$ //

(2) (1)より，$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2}$

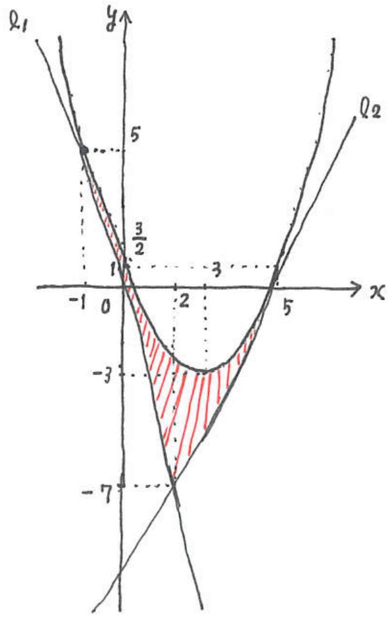
∴ $y' = x - 3$

∴ $\ell_1 : y = -4(x+1) + 5$，$\ell_2 : y = 2(x-5) - 1$

すなわち，$\ell_1 : y = -4x + 1$，$\ell_2 : y = 2x - 11$　∴ $\underline{\mathrm{P}(2, -7)}$ //

(3) $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$

∴ 右の図のようになる．



$$S = \int_{-1}^{2} \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2} - (-4x+1)\,dx + \int_{2}^{5} \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2} - (2x-11)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{2} \frac{1}{2}(x+1)^2\,dx + \int_{2}^{5} \frac{1}{2}(x-5)^2\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{6}(x+1)^3\right]_{-1}^{2} + \left[\frac{1}{6}(x-5)^3\right]_{2}^{5}$$

$$= \frac{9}{2} + \frac{9}{2}$$

$$= \underline{9}$$ //