0002224275777999

津田塾大学

2016年 学芸（情報科学） 第2問

$\boxed{2}$ a, b, c は定数とする．関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ は $x=2$ で極値をとり，曲線 $y=f(x)$ は点 $(1,\ 0)$ で直線 $y=x-1$ に接している．

(1) a, b, c の値を求めよ．

(2) 曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=x-1$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

(1) $f'(x)=3x^2+2ax+b$

$x=2$ で $f(x)$ は極値をとるので，$f'(2)=0$

$\therefore\ 4a+b=-12 \quad \cdots①$

$y=f(x)$ のグラフが点 $(1,0)$ を通ることより

$0=1+a+b+c$

$\therefore\ a+b+c=-1 \quad \cdots②$

$y=f(x)$ のグラフと直線 $y=x-1$ が点 $(1,0)$ で接することより

$f'(1)=1$

$\therefore\ 3+2a+b=1$

$\therefore\ 2a+b=-2 \quad \cdots③$

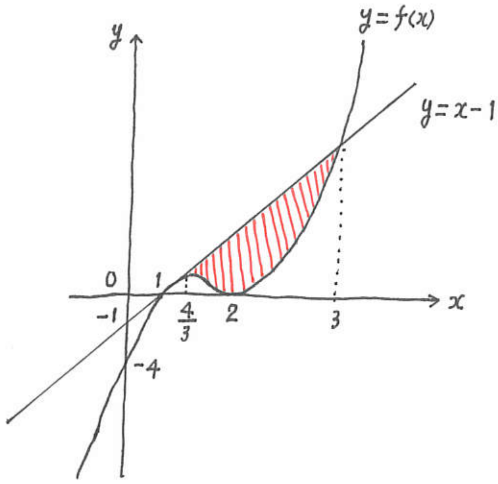
①～③より，$\underline{a=-5,\ b=8,\ c=-4}$ //

(2) $f(x)=x^3-5x^2+8x-4$

$f'(x)=3x^2-10x+8$

$\quad =(3x-4)(x-2)$

x	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{4}{27}$	$\searrow$	0	$\nearrow$



$f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{64}{27}-\frac{80}{9}+\frac{32}{3}-4=\frac{4}{27}$, $f(2)=8-20+16-4=0$

$f(x)-(x-1)=x^3-5x^2+7x-3$

$\qquad =(x-1)^2(x-3)$

$\therefore\ y=f(x)$ と $y=x-1$ の交点は $(1,0)$ と $(3,2)$

$S=\int_1^3 -x^3+5x^2-7x+3\,dx$

$\quad =\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{5}{3}x^3-\frac{7}{2}x^2+3x\right]_1^3$

$\quad =-\frac{81}{4}+45-\frac{63}{2}+9-\left(-\frac{1}{4}+\frac{5}{3}-\frac{7}{2}+3\right)$ $=\underline{\frac{4}{3}}$ //