

2016年工・情報・環境学部(A)第1問


 数理
石井K

1 次の問いに答えよ。

- (1) a, b は実数とする。3次方程式 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ が $1+i$ を解にもつとき、 a, b の値を求めよ。また他の解を求めよ。
- (2) 関数 $y = \cos^2 \theta - 4 \sin \theta + 7$ の最大値と最小値を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。
- (3) 初項 $\frac{2}{3}$ 、公比 $\frac{1}{3}$ の等比数列 $\{a_n\}$ を考える。初項から第 n 項までの和 S_n が 0.998 を超える最小の自然数 n を求めよ。

(1) $x = 1+i$ を方程式に代入して

$$(1+i)^3 + (1+i)^2 + a(1+i) + b = 0$$

$$\therefore 1+3i-3-i+1+2i-1+a+ai+b=0$$

$$a+b-2+(a+4)i=0$$

$$\therefore \begin{cases} a+b-2=0 \\ a+4=0 \end{cases}$$

$$\therefore \underline{a=-4, b=6}$$

このとき、方程式は、

$$x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 2x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -3, 1 \pm i$$

$$\therefore \underline{\text{他の解は } x = -3, 1-i}$$

$$(3) S_n = \frac{\frac{2}{3} \{1 - (\frac{1}{3})^n\}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= 1 - (\frac{1}{3})^n$$

$$\therefore S_n > 0.998 \text{ より}$$

$$1 - (\frac{1}{3})^n > 0.998$$

$$\therefore (\frac{1}{3})^n < 0.002$$

$$\therefore 3^n > \frac{1}{0.002} = 500$$

$$3^5 = 243 \leq 500, 3^6 = 729 > 500 \text{ より } \underline{n=6}$$

$$(2) y = 1 - \sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 7$$

$$= -\sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 8$$

$$t = \sin \theta \text{ とおくと, } 0 \leq \theta \leq \pi \text{ より } 0 \leq t \leq 1$$

$$y = -t^2 - 4t + 8 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$= -(t+2)^2 + 12$$

右のグラフより、

最大値 8, 最小値 3