



2014年 法学部 第4問

4 a を定数として, x の3次関数

$$f(x) = x^3 + 6(1-a)x^2 - 48ax$$

について, 次の問に答えよ.

- (1) $f(x)$ が極値をもたないとき, a の値を求めよ.
- (2) $f(x)$ が正の極大値と負の極小値をもつとき, a の値の範囲を求めよ.
- (3) $f(x)$ が負の極大値をもつとき, a の値の範囲を求めよ.

$$(1) f'(x) = 3x^2 + 12(1-a)x - 48a$$

$$= 3(x+4)(x-4a)$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = -4, 4a$$

$$\therefore f(x) \text{ が極値をもたないとき } \underline{a = -1}$$

x	...	-4	...
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	↗		↗

$a = -1$ のとき $f(x)$ が極値をもたないことは右の増減表からわかる

(2) (i) $a < -1$ のとき.

右の増減表より.

$$f(4a) > 0 \text{ かつ } f(-4) < 0$$

$$\Leftrightarrow a^2(a+3) < 0 \text{ かつ } 3a+1 < 0$$

$$\Leftrightarrow a < -3$$

(ii) $a > -1$ のとき. (i) と同様に考えて

$$f(-4) > 0 \text{ かつ } f(4a) < 0$$

$$\Leftrightarrow 3a+1 > 0 \text{ かつ } a \neq 0 \text{ かつ } a > -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} < a < 0, 0 < a$$

$$(i), (ii) \text{ より, } \underline{a < -3, -\frac{1}{3} < a < 0, 0 < a}$$

x	...	$4a$...	-4	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

(3)

(i) $a < -1$ のとき

$$a^2(a+3) > 0$$

$$\therefore -3 < a < -1$$

(ii) $a > -1$ のとき

$$3a+1 < 0$$

$$\therefore -1 < a < -\frac{1}{3}$$

(i), (ii) より.

$$\underline{-3 < a < -1, -1 < a < -\frac{1}{3}}$$