



2016年工学部(1日目)第1問

1 次の各問に答えよ。

- (1) 2つの2次関数  $f(x) = x^2 - 6mx + 3m + 1$ ,  $g(x) = -x^2 - 4mx + 2m - 3$  に対して, すべての実数  $x$  について  $f(x) > g(x)$  が成り立つような定数  $m$  の値の範囲を求めよ.
- (2)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 関数  $y = \cos 2\theta + 2\sin \theta + 2$  の最大値と最小値, およびそのときの  $\theta$  の値を求めよ.
- (3) 円  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$  と直線  $y = -2x + k$  の2つの交点を A, B とするとき, 線分 AB の長さが 4 となるような定数  $k$  の値を求めよ.

(1) すべての実数  $x$  について,  $f(x) > g(x) \iff$  すべての実数  $x$  について  $f(x) - g(x) > 0$

ここで  $h(x) = f(x) - g(x)$  とおくと,

$$h(x) = 2x^2 - 2mx + m + 4$$

判別式を  $D$  とすると,  $D < 0$

$$D/4 = m^2 - 2(m+4)$$

$$= m^2 - 2m - 8$$

$$= (m-4)(m+2)$$

$$\therefore (m-4)(m+2) < 0 \text{ より, } \underline{-2 < m < 4} //$$

$$(2) y = 1 - 2\sin^2 \theta + 2\sin \theta + 2$$

$$= -2\sin^2 \theta + 2\sin \theta + 3$$

$$= -2\left(\sin \theta - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ より, } \underline{\text{最大値 } \frac{7}{2} (\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi), \text{ 最小値 } -1 (\theta = \frac{3}{2}\pi)}$$

(3) 円の半径は 3,  $AB = 4$  より右の図のようになる.

$$\text{よって, } d = \frac{|-2 \cdot 2 - 1 + k|}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2}} = \sqrt{9-4}$$

$$\therefore |k-5| = 5$$

$$\therefore \underline{k = 0, 10} //$$

